ALGORITMA GENETIKA YANG DIAUTOMASI UNTUK OPTIMASI FUNGSI UJI DEJONG DAN ACKLEY

Liza Tridiana Mahardhika*
leeza_be0708@yahoo.com

ABSTRAK : Algoritma genetika adalah metode optimasi yang memiliki kelebihan dapat menemukan solusi yang baik secara cepat tetapi juga memiliki kelemahan, yaitu dapat mencapai kondisi konvergen meskipun tidak dapat dipastikan bahwa solusi yang diperoleh merupakan solusi optimal. Untuk mengatasi masalah tersebut diperlukan sebuah prosedur automasiyang didasarkan pada barisan Fibonacci untuk memanggil algoritma genetika sampai kriteria kekonvergenan terpenuhi. Dengan menggunakan beberapa fungsi uji DeJong dan Ackley diketahui bahwa algoritma genetika yang diautomasi dapat menemukan solusi optimal dengan waktu komputasi yang relatif singkat.

Kata kunci: *optimasi, algoritma genetika, barisan Fibonacci, fungsi tes.*

PENDAHULUAN

Optimasi merupakan masalah memaksimalkan atau meminimalkan suatu fungsi dengankendala atau tanpa kendala. Pada fungsi tanpa kendala, misalkan diberikan sebuah titik $x \in \mathbb{R}^n$dan $\delta > 0$, persekitaran δ dari x didefinisikan $N_\delta(x) = \{y \in \mathbb{R}^n \mid \|y - x\| < \delta\}$, di mana $\|x\| = (\sum_{i=1}^{n} x_i^{\,2})^{\frac{1}{2}}$(Sun dan Yuan, 2006).

Misal $D \subseteq \mathbb{R}^n$ dan $x \in D$, titik x disebut titik interior D jika terdapat persekitaran δ dari , sehingga . Jika himpunan semua titik interior dinotasikan maka . Jika setiap titik pada adalah titik interior () maka adalah himpunan terbuka.Himpuanan disebut tertutup jika adalah himpunan terbuka (Sun dan Yuan, 2006).

Himpunan disebut himpunan kompak jika dan hanya jika terbatas dan tertutup. Untuk setiap barisan di dalam himpunan kompak , terdapat sebuah sub-barisan yang konvergen menuju sebuah titik di dalam .Fungsi disebut fungsi kontinu pada , jika sehingga . Jika kontinu pada setiap titik dalam himpunan terbuka , maka dikatakan kontinu pada . Jika tidak kontinu di , maka dikatakan diskontinu di atau punya satu diskontinuitas di (Sun dan Yuan, 2006).

*Dosen Pendidikan Matematika
Universitas Wisnuwardhana Malang.

Fungsi kontinu dikatakan mempunyai turunan pertama yang kontinu pada , jika ada dan kontinu untuk . Gradien fungsi

$$\nabla f(x) = \left[\frac{\partial f}{\partial x_1}(x), \frac{\partial f}{\partial x_2}(x), \dots, \frac{\partial f}{\partial x_n}(x)\right]^T.$$

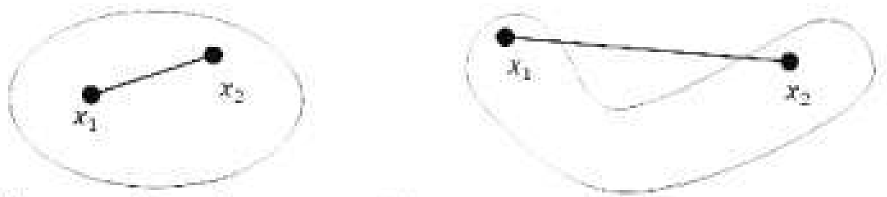
Jika f mempunyai turunan pertama yang kontinu untuk setiap titik pada himpunan terbuka $D \subset \mathbb{R}^n$, maka f dikatakan mempunyai turunan pertama yang- kontinu pada D dan dinotasikan $f \in C^1(D)$. Fungsi yang mempunyai turunan pertama yang kontinu dikatakan mempunyai turunan ke dua yang kontinupada , jika ada dan kontinu, untuk . Matriks Hessian fungsi didefinisikan sebagai matrik simetris berukuran , di mana elemen-elemennya adalah

$$[\nabla^2 f(x)]_{ij} = \frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j}(x), \quad 1 \le i, j \le n.$$

Jika f mempunyai turunan ke dua yang kontinu untuk setiap titik pada himpunan terbuka $D \subset \mathbb{R}^n$, maka dikatakan mempunyai turunan ke dua yang kontinu pada dan dinotasikan (Sun dan Yuan, 2006).

Himpunan disebut himpunan konveks jika garis lurus yang menghubungkan sebarang dua titik di dalam , seluruhnya berada di dalam . Secara formal dapat ditulis, untuk setiap berlaku

$$\alpha x_1 + (1-\alpha)x_2 \in S, \quad \forall \alpha \in [0,1].$$



Himpunan konveks   Himpunan non konveks

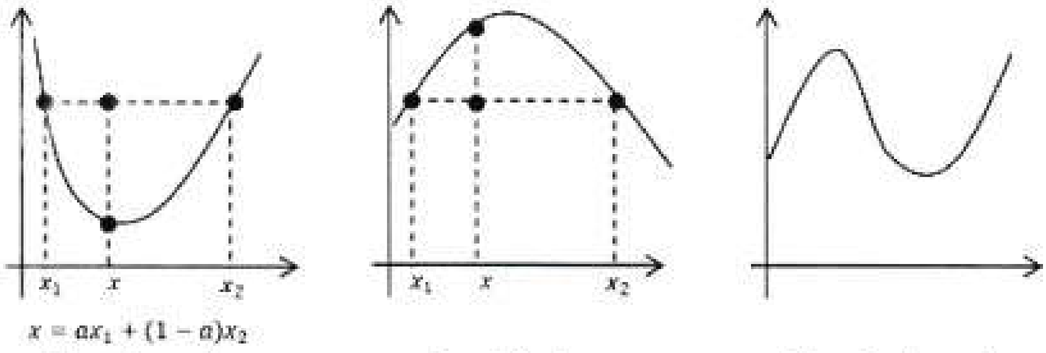
Gambar 1 Himpunan konveks dan non konveks

(Nocedal dan Wright, 1999).

Misal $S \subset \mathbb{R}^n$ adalah himpunan konveks yang tidak kosong dan fungsi $f: S \subset \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$. Fungsi f disebut fungsi konveks di dalam S jika untuk setiap $x_1, x_2 \in S$, kurva berada di bawah garis lurus yang menghubungkan dan di dalam ruang . Secara formal dapat ditulis, untuk setiap dan berlaku

$$\alpha f(\alpha x_1 + (1-\alpha)x_2) \le \alpha f(x_1) + (1-\alpha) f(x_2).$$

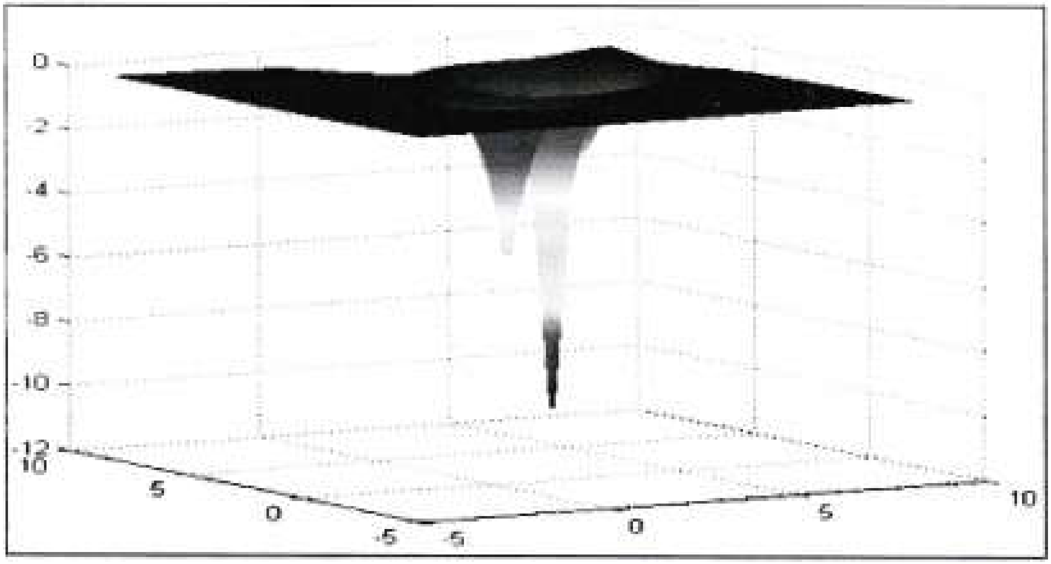
Jika $-f$ adalah fungsi konveks, maka f adalah fungsi konkav (Nocedal dan Wright, 1999).



Gambar 2 Fungsi konveks dan fungsi konkav

Sebuah titik $x^* \in D$ disebut titik minimal lokal fungsi f pada himpunan terbuka D jika terdapat persekitaran $N_\delta(x^*)$ di dalam sedemikian sehingga .Titikdisebut titik minimal lokal *strict*fungsi padajika terdapat persekitaran di dalam sedemikian sehingga (Nocedal dan Wright, 1999).

Titik disebut titik minimal global fungsi pada himpunan terbuka jika (Sun dan Yuan, 2006).



Gambar 3 Minimal global dan lokal

Salah satu metode numerik yang merupakan teknik optimasi global adalah algoritma genetika. Algoritma genetika diilhami oleh mekanisme seleksi alam di mana individu yang lebih kuat menjadi pemenang dalam lingkungan yang berkompetisi. Keunggulan algoritma genetika adalah dapat menemukan solusi yang baik secara cepat untuk masalah optimasi fungsi nonlinear terutama fungsi yang memiliki banyak nilai minimal atau maksimal lokal (fungsi multimodal). Namun, algoritma genetika juga mempunyai kelemahan, yaitu solusi yang dihasilkan terlalu bergantung pada populasi awal. Selain itu, operator genetika yang digunakan tidak cukup baik untuk menjaga keanekaragaman populasi pada setiap generasi, sehingga untuk masalah optimasi yang kompleks, tidak menutup kemungkinan akan diperoleh kondisi konvergen yang terlalu cepat sementara solusi belum optimal (konvergen prematur) (Kusumadewi dan Purnomo, 2005).

Banyak modifikasi yang telah diperkenalkan untuk mengatasi masalah di atas, diantaranya adalah paralel algoritma genetika. Pada paralel algoritma genetika, dalam sekali uji, digunakan beberapa algoritma genetika dan pemanggilannya terjadi sekaligus. Solusi terbaik dari masing-masing algoritma genetika merupakan solusi optimal. Banyaknya algoritma genetika yang akan digunakan tidak dapat dipastikan karena komponen algoritma genetika berbasis pada bilangan acak, sehingga solusi yang dihasilkan berbeda-beda. Oleh karena itu, paralel algoritma genetika kurang efektif dalam menyelesaikan masalah optimasi, sehingga diperlukan sebuah prosedur automasi. Prosedur automasi yang digunakan dalam tulisan ini didasarkan pada barisan Fibonacci. Prosedur ini digunakan untuk memanggil algoritma genetika persuku sesuai dengan suku-suku pada barisan Fibonacci. Hasil algoritma genetika terbaik padasuku ke-n dibandingkan dengan solusi terbaik algoritma genetika pada suku ke-$(n-1)$. Hal ini akan terus dilakukan sampai kriteria kekonvergenan terpenuhi. Modifikasi ini dinamakan algoritma genetika yang diautomasi (Gudla dan Ganguli, 2005).

Tujuan penulisan artikel ini adalah mengimplementasikan algoritma genetika yang diautomasi untuk mencari nilai minimal fungsi uji DeJong dan Ackleydan menyelidikisolusi yang dihasilkan.

ANALISIS

Penyelesaian persoalan matematika dapat dilakukan dengan cara analitik atau dengan cara numerik. Penyelesaian secara analitik akan menghasilkan penyelesaian yang eksak (tepat). Penyelesaian dengan cara ini memerlukan pengetahuan yang mendalam tentang bidang ilmu matematika, misalnya kalkulus, aritmatika, aljabar dan sebagainya terutama untuk menyelesaikan persoalan-persoalan yang cukup kompleks.

Pada bagian ini akan dibahas masalah optimasi fungsi uji DeJong yang merupakan fungsi unimodal dan fungsi uji Ackley yang merupakan fungsi *multimodal* secara numerik dan hasilnya akan dibandingkan dengan hasil eksak. Metode numerik yang digunakan adalah paralel algoritma genetika dan algoritma genetika yang diautomasi.

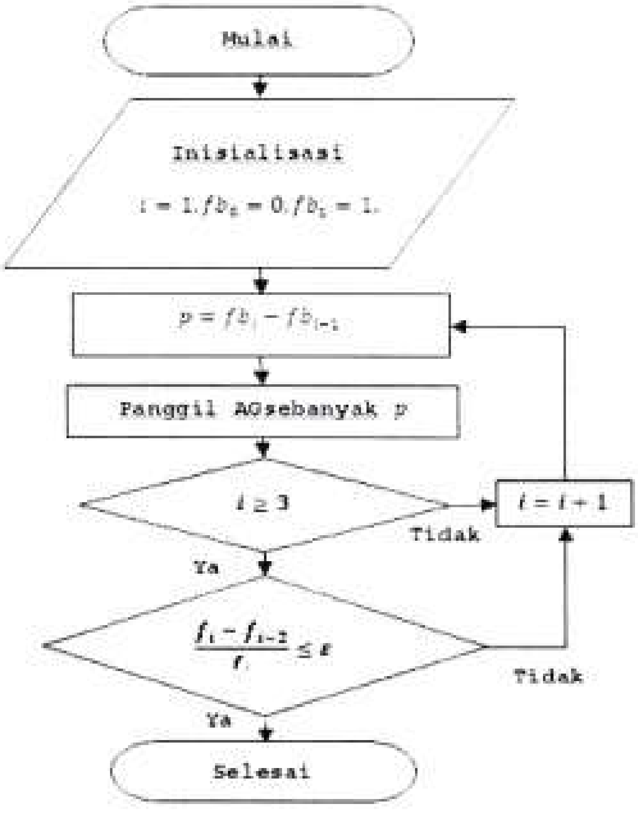
Secara umum, ada lima komponen dasar algoritma genetika menurut

Michalewicz, yaitu

a. mendefinisikan domain
b. membangkitkan nilai awal
c. mengevaluasi solusi berdasarkan nilai *fitness*
d. menjalankan operator genetika
e. memberikan nilai parameter yang dibutuhkan

(Gen dan Cheng, 2000).

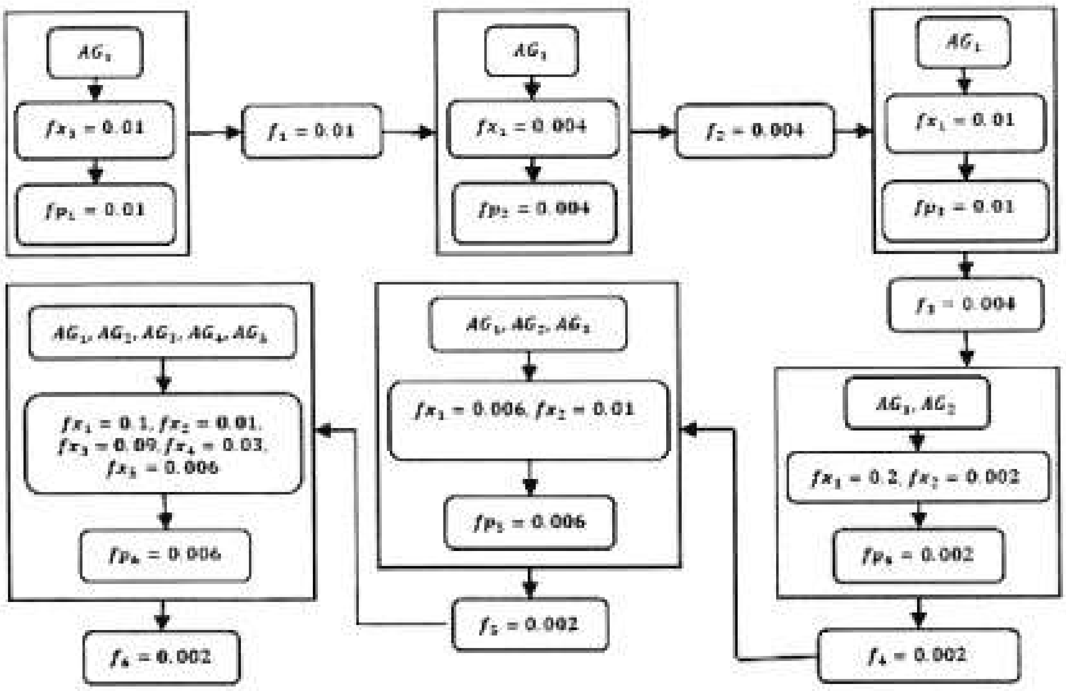
Seperti yang telah dijelaskan sebelumnya, kelemahan algoritma genetika adalah dapat mencapai kondisi konvergen tanpa memperhatikan apakah solusi yang dihasilkan merupakan solusi optimal atau bukan. Hal ini disebabkan karna algoritma genetika tidak dapat menjaga keanekaragaman populasi. Algoritma genetika yang diautomasi merupakan salah satu bentuk modifikasi algoritma genetika yang bertujuan untuk menjaga keanekaragaman populasi. Keanekaragaman populasi perlu dijaga karena jika keanekaragaman populasi semakin tinggi, maka solusi yang dihasilkan akan semakin beranekaragam yang pada akhirnya kekonvergenan yang prematur dapat dihindari. Diagram alir algoritma genetika yang diautomasi dapat dilihat pada Gambar 4.



Gambar 4 Diagram Alir Algoritma Genetika yang Diautomasi

Berdasarkan Gambar 4 dapat dilihat bahwa algoritma genetika dipanggil sebanyak p untuk setiap i, di mana $p = fb_i - fb_{i-1}$ yaitu selisih antara suku ke- dan suku ke- (barisan Fibonacci dan Jika suku ke nol, suku pertama, dan suku ke dua barisan Fibonacci masing-masing didefinisikan sebagai , maka barisan Fibonacci yang diperoleh adalah , sedangkan nilai membentuk barisan Ilustrasi pemanggilan algoritma genetika berdasarkan prosedur automasi untuk masalah minimasi fungsi dapat dilihat pada Gambar 5.

Berdasarkan Gambar 5 dapat dilihat bahwa setiap pemanggilan algoritma genetika, solusi yang diperoleh selalu dibandingkan. Proses pembandingan yang pertama adalah membandingkan solusi yang diperoleh dari algoritma genetika–algoritma genetika dalam satu nilai yang dinotasikan dengan di mana . Setelah dibandingkan, nilai terkecil dari solusi algoritma genetika–algoritma genetika tersebut dipilih dan dinotasikan sebagai , di mana . Proses pembandingan selanjutnya yaitu membandingkan nilai dengan nilai , nilai yang lebih kecil dari keduanya dipilih dan dinotasikan sebagai nilai , di mana dan . Proses ini akan terus berjalan sampai kriteria kekonvergenan terpenuhi, yaitu untuk . Adapun diagram alir algoritma genetika dapat dilihat pada Gambar 6.



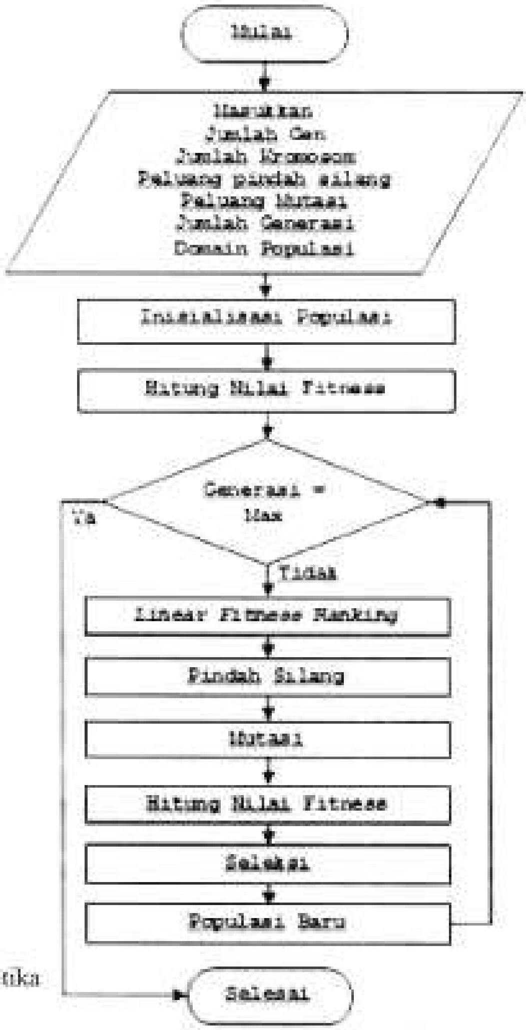
Gambar 5 Diagram Alir Pemanggilan Algoritma Genetika yang Diautomasi

Penyelesaian numerik algoritma genetika yang diautomasi diperoleh dengan menggunakan komputer dengan spesifikasi sebagai berikut.

1. Intel Pentium *core i3*, 2.13 GHz.
2. Memori 2 GB, DDR2.
3. Hard disk berukuran 250 GB.

Sedangkan sistem operasi yang digunakan adalah sistem operasi Microsoft Windows 7 *Ultimate*.Metode kombinasi *muti-population agent* algoritma genetika dan modifikasi BFGS diimplementasikan menggunakan perangkat lunak Matlab 2009.

Untuk menyelidiki keunggulan dan kelemahan algoritma genetika yang diautomasi maka solusi yang dihasilkan algoritma genetika yang diautomasi dibandingkan dengan modifikasi algortima genetika yang telah ada sebelumnya yaitu paralel algoritma genetika.

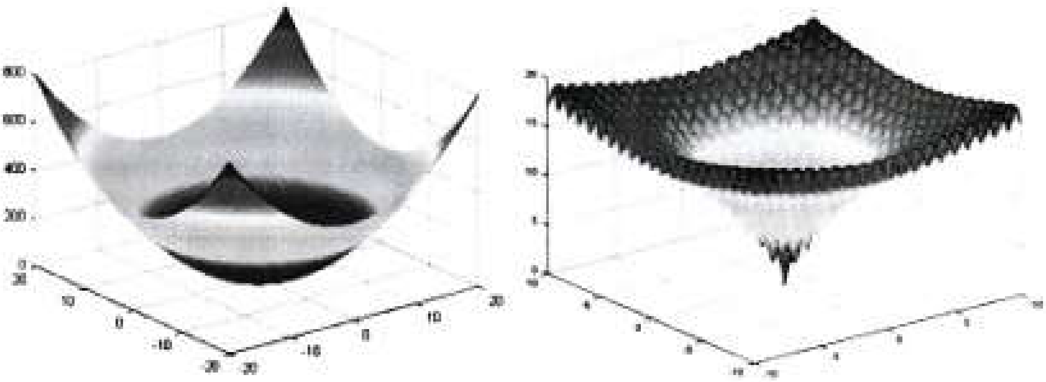


Gambar 6 Diagram Alir Algoritma Genetika

Fungsi-fungsi yang akan digunakan sebagai fungsi uji untuk menguji algoritma genetika yang diautomasi adalah fungsi DeJong dan fungsi Ackley. Berikut ini adalah karakteristik masing-masing fungsi dan nilai minimal yang dihasilkan oleh kedua metode setelah diujikan pada fungsi-fungsi di atas.

Fungsi DeJong merupakan fungsi unimodal yang mempunyai n variabel dengan titik minimal global di $x^* = 0$dan $f(x^*) = 0$. Persamaannya sebagai berikut.

$$f(x) = \sum_{i=1}^{n} x_i^2$$



Gambar 7 Fungsi DeJong (kiri) dan Ackley (kanan) dengan $n = 2$

Dalam mengimplementasikan kedua metode, baik algoritma genetika yang diautomasi maupun paralel algoritma genetika, digunakan domain daerah pencarian $[-10,10]^n$.

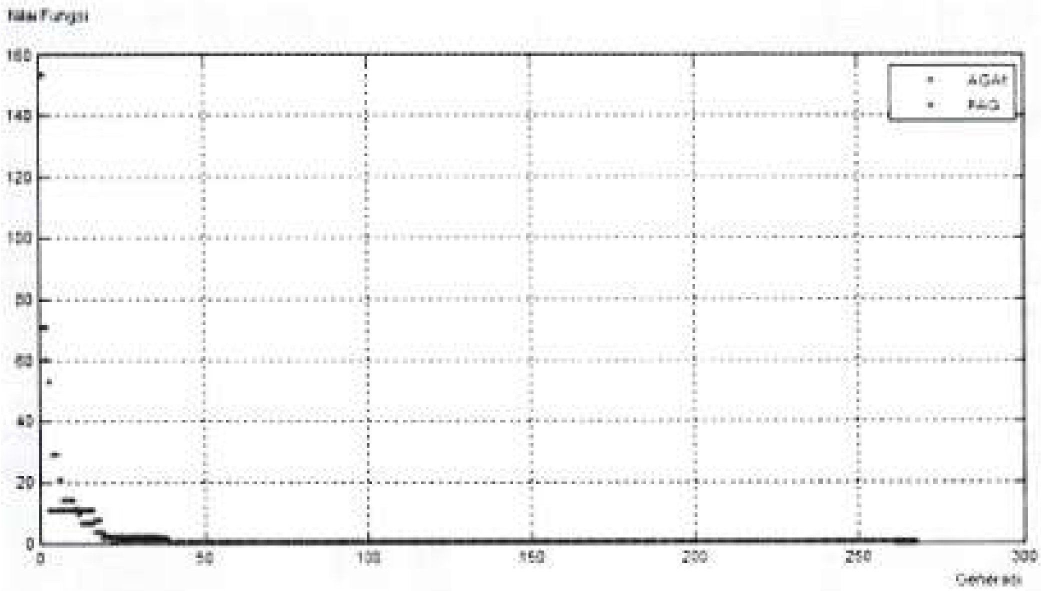
Berikut ini adalah hasil uji minimasi menggunakan dua metode, toleransi *error* yang digunakan untuk algoritma genetika yang diautomasiadalah $error \leq 10^{-15}$.

Tabel 1 Hasil uji minimasi metode menggunakan fungsi DeJong

Variabel		Paralel Algoritma Genetika	Algoritma Genetika yang Diautomasi
10	??(??)	0,429684	$5,9398 \times 10^{-16}$
	Waktu	13,443522	15,390899
20	??(??)	5,160474	$8,4971 \times 10^{-16}$
	Waktu	46,107268	29,491934
30	??(??)	19,590649	$9,2427 \times 10^{-16}$
	Waktu	148,168707	90,095625
40	??(??)	43,303937	$9,0969 \times 10^{-16}$
	Waktu	236,236278	134,530246
50	??(??)	80,590078	$9,8417 \times 10^{-16}$
	Waktu	618,460991	197,590372
Rata-Rata error (??)		29,8149644	$8,5236 \times 10^{-16}$
Rata-Rata Waktu		212,4834536	93,4198152

Berdasarkan Tabel 1 terlihat bahwa solusi yang dihasilkan oleh algoritma genetika yang diautomasi jauh lebih baik dibandingkan paralel algoritma genetika. Semakin banyak variabel fungsi yang diuji, terlihat bahwa solusi yang dihasilkan metode paralel algoritma genetika semakin jauh dari solusi eksak, sedangkan solusi yang dihasilkan algoritma genetika yang diautomasi tetap sangat dekat dengan solusi eksak. Hal ini terlihat pada rata-rata *error*(ε) pada masing-masing metode. Untuk paralel algoritma genetika adalah $\varepsilon = 29,8149644$, sedangkan algoritma genetika yang diautomasi, $\varepsilon = 8,5236 \times 10^{-16}$. Keadaan tersebut menunjukkan bahwa algoritma genetika yang diautomasimampu menghasilkan solusi yang baik untuk masalah minimasi fungsi DeJong, di mana fungsi DeJong merupakan fungsi unimodal yang memiliki banyak variabel.

Jika ditinjau dari waktu komputasi pada setiap perubahan banyaknya variabel yang diuji, maka tidak dapat ditentukan metode mana yang lebih cepat atau lebih lambat karena adakalanya paralel algoritma genetika lebih cepat dibandingkan algoritma genetika yang diautomasiyaitu pada pengujian 10 variabel. Tetapi untuk pengujian 20 variabel sampai 50 variabel, paralel algoritma genetika lebih lama dibandingkan algoritma genetika yang diatomasi. Rata-rata waktu komputasi yang dibutuhkan oleh algoritma genetika yang diautomasi untuk meminimalkan fungsi DeJong variabel sampai dengan variabel adalah detik dan detik untuk paralel algoritma genetika.



Gambar 8 Hasil minimasi fungsi DeJong $n = 20$

Gambar 8 menunjukkan bahwa paralel algoritma genetika (PAG) mulai mengalami penurunan keanekaragaman populasi sebelum generasi mencapai generasi ke-50, sedangkan pada saat tersebut (sebelum generasi ke-) populasipada algoritma genetika yang diautomasi (AGAt) sedang mengalami peningkatan keanekaragaman dan keanekaragaman populasi ini terjaga sampai generasi mendekati generasi ke-. Penurunan keanekaragaman populasi pada metode paralel algoritma genetika ditandai dengan nilai fungsi yang selalu tetap sejak sebelum generasi ke- dan tidak adanya penurunan yang signifikan pada gererasi-generasi setelahnya.

Fungsi Ackley terkenal sebagai fungsi tes multimodal yang memiliki variabel dengan persamaan:

$$f(x) = -a.\,exp\left(-b\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^2}\right) - exp\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\cos(cx_i)\right) + a$$
$$+exp(1)$$

di mana nilai $a = 20, b = 0.2, c = 2\pi$. Domain daerah pencarian yang digunakan pada saat pengujian adalah $[-10{,}10]^n$. Nilai minimal global fungsi Ackley adalah $f(x^*) = 0$ untuk $x^* = 0$.

Pada fungsi uji Ackley, masing-masing metode dijalankan sebanyak lima kali secara berturut-turut pada jumlah variabel yang berbeda untuk menguji kekonsistenan solusi yang dihasilkan oleh masing-masing metode. Berdasarkan Tabel 2, terlihat bahwa kedua metode menghasilkan solusi yang konsisten meskipun nilai awal masing-masing metode dibangkitkan secara acak.

Tabel 2 Hasil uji minimasi metode menggunakan fungsi Ackley

Variabel		Paralel Algoritma Genetika	Algoritma Genetika yang Diautomasi
10	??(??)	0,419448	$8{,}8818 \times 10^{-16}$
	Waktu	23,303017	61,831784
	??(??)	0,567692	$8{,}8818 \times 10^{-16}$
	Waktu	15,781787	62,130154
	??(??)	0,370579	$8{,}8818 \times 10^{-16}$
	Waktu	14,860930	61,056714
	??(??)	0,524057	$8{,}8818 \times 10^{-16}$
	Waktu	22,744077	75,419382
	??(??)	0,348789	$8{,}8818 \times 10^{-16}$
	Waktu	23,273440	63,739332
Rata-Rata error (??)		0,438113	$8{,}8818 \times 10^{-16}$
Rata-Rata Waktu		19,992650	64,835473
20	??(??)	2,665753	$8{,}8818 \times 10^{-16}$
	Waktu	192,910406	197,148231
	??(??)	2,311090	$8{,}8818 \times 10^{-16}$
	Waktu	193,001956	196,539961
	??(??)	2,607218	$8{,}8818 \times 10^{-16}$
	Waktu	197,598327	210,763611
	??(??)	2,727679	$8{,}8818 \times 10^{-16}$
	Waktu	195,064999	197,950804
	??(??)	2,472272	$8{,}8818 \times 10^{-16}$
	Waktu	196,109323	196,692202
Rata-Rata error (??)		2,556782	$8{,}8818 \times 10^{-16}$
Rata-Rata Waktu		194,937002	198,018959

Ditinjau dari solusi yang dihasilkan, rata-rata *error* yang dihasilkan oleh algoritma genetika yang diautomasi $\varepsilon = 8{,}8818 \times 10^{-16}$, baik untuk 10 variabel maupun 20 variabel, sedangkan rata-rata *error* yang dihasilkan oleh paralel algoritma genetika adalah $\varepsilon = 0{,}438113$ untuk variabel dan untuk variabel. Hal ini menunjukkan bahwa algoritma genetika yang diautomasi mampu keluar dari nilai minimal lokal dan mendekati nilai minimal global baik untuk variabel maupun variabel.

Secara keseluruhan, waktu komputasi yang dibutuhkan algoritma genetika yang diautomasiuntuk meminimalkan fungsi Ackley baik variabel maupun variabel jauh lebih lama dibandingkan waktu komputasi yang dibutuhkan paralel algoritma genetika.

KESIMPULAN

Di dalam mengimplementasikan algoritma genetika yang diautomasi, algoritma genetika dipanggil berdasarkan suku pada bilangan Fibonacci.Berdasarkan hasil implementasi program menggunakan fungsi uji DeJong dan Ackley diketahui bahwa algoritma genetika yang diautomasi memberikan hasil yang sangat mendekati solusi eksak yaitu dengan rata-rata *error* dengan waktu komputasi yang berbeda-beda, tergantung pada jenis fungsi uji dan banyaknya variable.

DAFTAR PUSTAKA

Gen, M. dan R. Cheng. 2000. *Genetic Algorithms and Engineering Design*. John Wiley and Sons. New York.

Gudla, P. K. dan R. Ganguli. 2005. An automated hybrid genetic-conjugate gradient algorithm for multimodal optimization problems.*Applied Mathematics and Computation*. 167. 1457–1474.

Kusumadewi, S. dan H. Purnomo.2005. *Penyelesaian Masalah Optimasi dengan Teknik-teknik Heuristik*. Graha Ilmu. Yogyakarta.

Nocedal, J. dan S. J. Wright. 1999. *Numerical Optimization*. Springer-Verlag. New York.

Sun, W., dan Y. X. Yuan. 2006. *Optimization Theory and Methods*. Springer Science and Business Media, LLC. USA.